

TP R sur la régression

Emmanuel Rachelson and Matthieu Vignes

6 novembre 2013, SupAero - ISAE

Densité de population et criminalité urbaine

Une étudiante en sociologie veut analyser, dans le cadre d'un projet de fin de session, s'il existe une relation linéaire entre la densité de population dans les régions métropolitaines et le taux de criminalité correspondant dans ces régions. Le taux de criminalité (Y) est indiqué en nombre de crimes par 10 000 habitants et la densité de population (X) est mesurée en milliers d'habitants par km^2 .

Région	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	7.7	5.8	11.5	2.1	3.7	3.6	7.5	4.2	3.8	10.3	8.6	7.2
y_i	12	9	15	4	4	2	10	3	5	11	10	11

1. Tracer le diagramme de dispersion de ces observations.
2. Donner les coefficients de la droite des moindres carrés.
3. A quelle augmentation du taux de criminalité pouvons-nous nous attendre pour une variation unitaire (ici 10 000 habitants par km^2) de la densité de population ?
4. Estimer le taux de criminalité le plus plausible pour une densité de population de 75 000 habitants par km^2 .
5. A l'aide des calculs préliminaires, calculer la variation totale du taux de criminalité.
6. Déterminer la variation qui est expliquée par la droite des moindres carrés.
7. Quelle proportion de la variation totale est expliquée par la droite des moindres carrés ?

Une histoire de volume d'arbres

Un étudiant en techniques forestières veut utiliser la régression linéaire pour estimer le volume en bois utilisable d'un arbre debout en fonction de l'aire du tronc mesuré à 25 cm du sol. Il a choisi au hasard 10 arbres et a mesuré, à la base, l'aire correspondante (en cm^2). Il a par la suite enregistré, une fois l'arbre coupé, le volume correspondant en m^3 .

Vol.	0.152	0.284	0.187	0.350	0.416	0.230	0.242	0.276	0.383	0.140
Aire	297	595	372	687	790	520	473	585	762	232

1. Déterminer les coefficients de la droite des moindres carrés.
2. Son professeur lui mentionne qu'il peut, à l'oeil, évaluer avec une assez bonne précision le volume d'un arbre. L'étudiant un peu perplexe lui lance un défi :
"Je gage 1 euro que je fais mieux que vous avec le modèle des moindres carrés."
"D'accord."
Ayant justement un arbre tout près, le professeur lui dit, après une expertise de quelques minutes que cet arbre a un volume de 0.22m^3 . Sans plus tarder, l'étudiant mesure l'aire de la base de l'arbre et obtient 465 cm^2 . Calculer avec la droite des moindres carrés, l'estimation la plus plausible du volume de l'arbre.
3. L'étudiant s'acharne par la suite à couper l'arbre et le volume correspondant est 0.24m^3 . Celui qui a le plus faible écart de prévision empoche le pari. Lequel s'est enrichi de 1 euro ?
4. Est ce que le volume moyen des arbres échantillonnés aurait donné une estimation aussi bonne que la droite des moindres carrés pour cet arbre ?